$(S) : (x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=29$

d'où (S) est de centre I(2,3,4) de rayon $\sqrt{29}$

(Rq: on pourra considérer comme dans l'ex:18)

4) M(0,0,α)

a) le plan P contenant M et perpendiculaire à (OB) a pour équation : $\boxed{z=\alpha}$

la droite (OC) passe par O et de vecteur directeur

$$(OC) : \begin{cases} x=4k \\ y=0 \\ z=8k \end{cases} ,k \in \mathbb{R}$$

$$P \cap (OC) : \begin{cases} x=4k \\ y=0 \\ z=8k \\ z=\alpha \end{cases}$$

$k=\frac{\alpha}{8}$

d'où $N(\frac{\alpha}{2},0,\alpha)$

de meme : $P(\frac{\alpha}{2},6-\frac{3\alpha}{4},\alpha)$ et $Q(0,6-\frac{3\alpha}{4},\alpha)$

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$ d'où MNPQ est un parallélogramme

$$\overrightarrow{MQ}\begin{pmatrix} 0 \\ 6-\frac{3\alpha}{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MQ}=0$ d'où $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{MQ}$

<u>conclusion:</u> MNPQ est un rectangle

b) * (OB) perpendiculaire au plan (MNPQ)

d'où (OB) $\perp$ (MP)

$$* \overrightarrow{MP}\begin{pmatrix} \alpha/2 \\ 6-\frac{3\alpha}{4} \\ 0 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$(MP) \perp (AC) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \perp \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow 4(\frac{\alpha}{2})-6(6-\frac{3\alpha}{4})=0 \Leftrightarrow 2\alpha-36+\frac{9}{2}\alpha=0$

$\Leftrightarrow \alpha=\frac{72}{13}$

c) $MP^2=\frac{\alpha^2}{4}+(6-\frac{3\alpha}{4})^2$

on pose : $f(x)=\frac{x^2}{4}+(6-\frac{3x}{4})^2$

$f'(x)=\frac{x}{2}-\frac{3}{2}(6-\frac{3x}{4})=\frac{13x}{8}-\frac{18}{2}$

x	0	72/13	8
f'(x)	-	0	+
f(x)	↘	f(72/13)	↗

MP est minimale pour $\alpha=\frac{72}{13}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn